doi: 10.31433/978-5-904121-22-8-2018-253-256

2D МОДЕЛЬ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ ДИНАМИКИ ПОПУЛЯЦИИ С ВОЗРАСТНОЙ СТРУКТУРОЙ

М.П. Кулаков
Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН,
г. Биробиджан

В работе предложена математическая модель пространственно-временной динамики структурированной метапопуляции (миграционно связанных двухвозрастных популяций), которая занимает двумерный ареал. Описаны условия формирования и разрушения нового типа пространственных структур, которые характеризуются наличием кластеров сложных форм, состоящих из синхронных популяций и, даже, из химерных и уединенных состояний. Показано, что такой тип пространственной динамики определяется мультистабильностью одиночной популяции и способом миграции особей.

Ключевые слова: метапопуляция, возрастная структура, модель, динамика, синхронизация, кластеризация, мультистабильность.

2D MODEL FOR SPATIAL-TEMPORAL DYNAMIC OF AGE STRUCTURED POPULATION

M.P. Kulakov
Institute for Complex Analysis of Regional Problems FEB RAS,
Birobidzhan

The article is devoted to the mathematical model of the space-time dynamics of a structured metapopulation (two aged populations coupled by migration) living on the two-dimensional areal. The conditions for the formation and destruction of a new type of spatial structures are described. These structures are characterized by clusters of synchronous populations or even chimera or solitary states. It is shown that this type of spatial dynamics is determined both by the multistability of single population and by the character of migration.

Keywords: metapopulation, age structure, model, dynamics, synchronization, clustering, multistability.

В данной работе изучаются особенности пространственной динамики структурированной по пространству и возрасту популяций. В качестве модели используется система связанных двухмерных отображений, в которой связь соответствует нелокальной дальнодействующей миграции особей старшего возрастного класса по двумерному ареалу. Модельные уравнения имеют вид:

$$\begin{cases} x_{i,j}(t+1) = ay_{i,j}(t)\exp(-yx_{i,j}(t) - y_{i,j}(t)), \\ y_{i,j}(t+1) = rx_{i,j}(t) + vy_{i,j}(t) + \dfrac{mv}{C}\sum_{g=i-P}^{i+P}\sum_{h=j-P}^{j+P} M(i,j,g,h)(y_{g,h}(t) - y_{i,j}(t)), \end{cases} \quad (1)$$

где $x_{i,j}(t)$ и $y_{i,j}(t)$ – относительная численность или плотность младшей (неполовозрелой) и старшей (половозрелой) части популяции с номером i, j, проживающей на ареала прямоугольной формы. В этом случае i – номер строки ($i = 1,2,\ldots,s$), j – столбца ($j = 1,2,\ldots,k$) прямоугольной решетки, которой покрыт ареал. Параметр a – максимальный коэффициент рождаемости, s и v – коэффициенты выживаемости соответствующих возрастных групп, параметр ρ определяет степень участия младшего возрастного класса в плотностно-зависимой регуляции рождаемости. Считается, что ареал – это двумерный тор, что формализуется функцией, равной периодическому остатку от деления индексов g и h на размеры решетки, т.е. с помощью замены $g \to g \bmod s$ и $h \to h \bmod k$ в выражении под знаком двойной суммы.

Функция M задает направление и интенсивность миграции из единичной популяции с номером i, j на территорию с номером g, h (куда особи способны мигрировать в текущем сезоне). Другими словами, M задает окрестность каждой субпопуляции, в пределах которой они оказываются связанные миграцией. В результате $M = 1$, если местообитания связаны, в противном случае – $M = 0$. Величина C – нормирующий коэффициент, равный числу субпопуляций непосредственно связанных с i, j-й (за исключением ее самой). Это число равно числу событий, когда функция M под знаком двойной суммы равна 1, т.е.:

$$C = \sum_{g=i-P}^{i+P} \sum_{h=j-P}^{j+P} M(i, j, g, h) - 1.$$

Для квадратной окрестности функция M имеет вид: $M = \theta(\max(|i-h|, |j-h|) - P$, где θ – функция Хевисайда, $P \geq 1$ – радиус связи (размер окрестности субппопуляции). Для ромба: $M = \theta(|i-h| + |j-h|) - P)$, а для круга: $M = \theta((i-h)^2 + (j-h)^2 - P^2)$. В последнем случае, из-за дискретного характера пространственных координат i и j требуется некоторое округление, в результате которого окрестность приобретает форму многоугольника. Использование этих видов окрестностей приводит к тому, что сила связи между всеми одиночными субпопуляциями в пределах окрестности любой формы оказывается одинаковой, т.е. эмигранты из i, j-го местообитания в равных пропорциях пополняют связанные с ним субпопуляции (миграция без цены). Кроме того, достигнув края окрестности, число эмигрантов резко падает до нуля без каких либо переходных состояний, что содержательно некорректно. Поэтому в работе дополнительно рассмотрен случай, когда интенсивность эмиграции из i, j-й субпопуляции экспоненциально падает по мере удаления от нее. В этом случае функцию M можно описать следующим образом:

$$M(i, j, g, h) = \exp\left(-\frac{(i-g)^2 + (j-h)^2}{P}\right), \qquad (2)$$

где параметр P, дополнительно к радиусу, задает характер падения числа эмигрантов с удалением от субпопуляции с номером i, j.

Хорошо известно, что двумерное отображение (1) при $m = 0$, выступающее моделью динамики численности локальной двухвозрастной популяции с плотностно-зависимой регуляцией рождаемости, в широком диапазоне популяционных параметров демонстрирует мультистабильность (Кулаков и др., 2014) – разным начальным численностям соответствуют колебания отличающиеся фазами и периодами (в частности 1- и 3-цикл). В результате для модели (1) и разных видов окрестностей (т.е. вида функции M) показано, что при определенных условиях формируется несколько кластеров, характер динамики которых отличается не только фазой (когда динамика всех локальных популяций когерентна), сколько периодами и амплитудами колебаний (когда кластеры принципиально не когерентны между собой). Характер динамики каждого такого кластера, как правило, соответствует каждому мультистабильному режиму одиночной популяции. Например, один кластер может испытывать колебания с периодом 3, а другой нет, или периоды их колебаний могут существенно отличаться и не быть кратными. Частым случаем такого поведение являются уединенные состояния – случайно расположенные на ареале одиночные популяции, демонстрирующие сильные выбросы численностей, которые можно сравнить со вспышками массового размножения. Появление этого режима, по всей видимости, обязано мультистабильности локальной популяции и большой чувствительностью к малым флуктуациям начальных условий. Поэтому уединенные состояния являются довольно случайными событиями. Кроме того, обнаружено, что в ряде случаев эти состояния образуют кластеры. В результате, например, формируется режим сосуществования кластеров хаотической (по сути, пространственно-временной хаос) и периодической динамики (однородное распределение). Однако ряд начальных условий приводит к трем или более видам кластеров (рис.), динамика которых значительно сложнее, чем у одиночной популяции.

Этот факт указывает на существенную роль пространственной структуры, в частности, способа расселения (вида функции M) на формируемую картину неоднородного пространственного распределения и динамику численностей в кластерах.

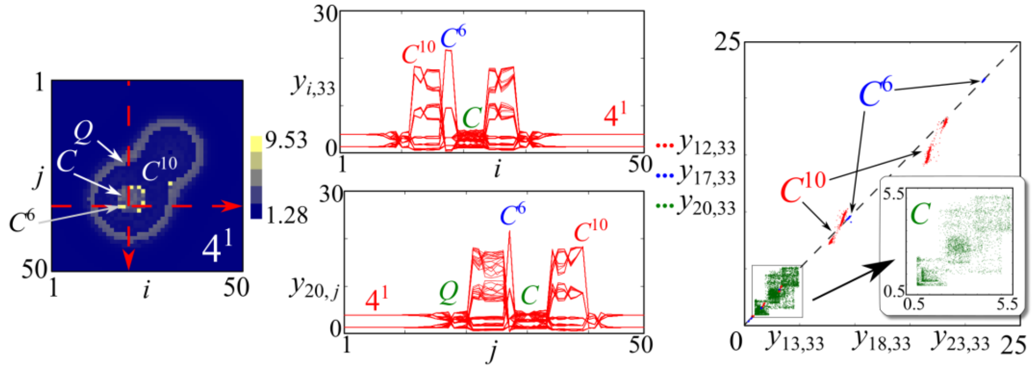

Рис. Пример пространственно-временной динамики модели (1)-(2), демонстрирующий формирование 5 типов кластеров: 4^1 – синхронная периодическая динамика, C^6 и C^{10} – почти когерентная хаотическая динамика на основе разных периодических режимов, C – кластер с пространственно-временным хаосом, Q – кластер с переходной динамикой

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-04-00073 а.

Список литературы:

Кулаков М.П., Неверова Г.П., Фрисман Е.Я. Мультистабильность в моделях динамики миграционно-связанных популяций с возрастной структурой // Нелинейная динамика. 2014. Т. 10, № 4. С. 407–425.