

ВЛИЯНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОМЫСЛА НА ГЕНЕТИЧЕСКОЕ РАЗНООБРАЗИЕ И ХАРАКТЕР ДИНАМИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ МЕНДЕЛЕВСКОЙ ЛИМИТИРОВАННОЙ ПОПУЛЯЦИИ

Е.А. Колбина¹, Е.Я. Фрисман²

¹Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН,
г. Владивосток

²Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН,
г. Биробиджан

Рассмотрено влияние оптимального промысла на динамику численности и генетического состава менделевской однолокусной популяции. Показано, что оптимальный промысел с постоянной долей изъятия стабилизирует популяционную динамику, с переменной долей - может вызвать колебания численности. Особое внимание уделяется изучению возможности сохранения или утраты полиморфизма в результате оптимального равновесного промысла.

Ключевые слова: математическая модель, оптимальный промысел, эволюция, полиморфизм, естественный отбор, устойчивость, популяция.

THE INFLUENCES OF OPTIMAL HARVESTING ON A GENETIC DIVERSITY AND CHARACTER DYNAMIC BEHAVIOR OF THE MENDELIAN LIMITED POPULATION

E.A. Kolbina¹, E.Ya. Frisman²

¹Institute of Automation and Control Processes FEB RAS,
Vladivostok

²Institute of Complex Analysis of Regional Problems FEB RAS,
Birobidzhan

The effect of the optimal harvesting on population dynamics and genetic diversity of the Mendelian one-locus population is considered. It is shown that the optimal harvesting a constant proportion of withdrawal stabilizes population dynamics, with a variable share can cause may cause fluctuations in numbers. A special emphasis is paid to studying on possibility or loosing of polymorphism as a result of equilibrium harvesting.

Keywords: mathematical model, optimal harvesting, evolution, polymorphism, natural selection, stability, population.

Целью работы является описание и исследование наиболее простой модельной ситуации, в которой проявляются закономерности взаимосвязанных изменений динамики генетической структуры и численности популяций, вызванных взаимодействием эволюционных (в основном селективных) и экологических (ограничивающих популяционный рост) факторов, включая эффекты промыслового воздействия на эксплуатируемые популяции. В

качестве такой модельной системы рассматривается диплоидная менделевская панмиктичная популяция, генетическое разнообразие в которой контролируется одним диаллельным локусом, экологическое лимитирование сводится к убывающей зависимости приспособленности от численности, а воздействие промысла - к изъятию части особей.

Введем обозначения: x_n - численность популяции в n -ом поколении, q_n - частота аллеля A в n -ом поколении (следовательно, $(1 - q_n)$ - частота аллеля a), $W_{AA}(n)$, $W_{Aa}(n)$, $W_{aa}(n)$ - приспособленности генотипов AA , Aa , aa - соответственно в n -ом поколении. Изменение численности и генетической структуры популяции описывается следующей системой рекуррентных уравнений (Ратнер, 1977):

$$\begin{cases} x_{n+1} = \bar{W}_n(x_n)x_n \\ q_{n+1} = q_n(W_{AA}(x_n)q_n + W_{Aa}(x_n)(1 - q_n)) / \bar{W}_n(x_n), \end{cases} \quad (1)$$

где $\bar{W}_n = W_{AA}(x_n)q_n^2 + 2W_{Aa}(x_n)q_n(1 - q_n) + W_{aa}(x_n)(1 - q_n)^2$ - средняя приспособленность популяции в n -ом поколении. Будем полагать, что приспособленности зависят от численности линейно $W_{ij} = 1 + R_{ij} - R_{ij}/K_{ij} \cdot x$.

Соответственно каждый генотип характеризует его ресурсный (K_{ij}) и мальтузианский (R_{ij}) параметры. Для упрощения выкладок, введем дополнительное предположение, что все генотипы имеют одинаковую приспособленность при некотором значении численности популяции (равном x^*).

Условия существования и разрушения генетического полиморфизма модели (1), а также результаты исследования ее динамического поведения приведены в работах (Жданова и др., 2003) и (Жданова, Фрисман, 2005).

Введем в модель (1) промысел с долей изъятия u :

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n \bar{W}_n (1 - u) \\ q_{n+1} = q_n (W_{AA}q_n + W_{Aa}(1 - q_n)) / \bar{W}_n, \end{cases} \quad (2)$$

где $R = Ux_n \bar{W}_n$ - величина изъятия, $\bar{W}_n = W_{AA}q_n^2 + 2W_{Aa}q_n(1 - q_n) + W_{aa}(1 - q_n)^2$.

Оптимальный равновесный уровень численности \bar{x}_M , обеспечивающий максимальный равновесный уровень изъятия, однозначно определяется уравнением $\bar{W} = 1 - \bar{x}_M \cdot \bar{W}'_x$. Оптимальная доля изъятия (в относительных единицах численности) имеет вид $U_0 = 1 - \frac{1}{\bar{W}} = \frac{-\bar{x}_M \cdot \bar{W}'_x}{1 - \bar{x}_M \cdot \bar{W}'_x}$.

Найдены равновесные значения численности и частоты аллеля A модели (2), обеспечивающие максимальный объем изъятия (Жданова и др., 2007), (Фрисман и др., 2010). Определены условия их существования и устойчивости

для двух стратегий промысла: с постоянной и переменной долями изъятия. Показано, что в состоянии, обеспечивающем максимальный уровень изъятия, значение генетического состава остается таким же, как и в случае, когда промысел отсутствует, а равновесное значение численности снижается в два раза. Также показано, что при линейном виде функций приспособленностей и при описанных соотношениях параметров модели в равновесии генетический состав популяции не зависит от ее численности. Показано, что условия существования равновесных значений в целом при отсутствии промысла и при его воздействии одинаковы.

Численное исследование влияния промысла с постоянной долей изъятия на динамику популяции показало, что промысел при любой оптимальной доле изъятия ведет к стабилизации численности и частоты аллеля A . Промысел с переменной долей изъятия может вызвать колебания численности, а при определенных начальных условиях - даже привести к вымиранию популяции. Кроме того, показано, что оптимальный промысел может привести к изменению генетического разнообразия в случае, если какая-либо из оптимальных долей изъятия переведет равновесную численность через x^* . Таким образом, промысел может привести к изменениям результатов отбора и вызвать разрушение или способствовать поддержанию полиморфизма.

Список литературы:

Жданова О.Л., Колбина Е.А., Фрисман Е.Я. Влияние промысла на генетическое разнообразие и характер динамического поведения менделевской лимитированной популяции // ДАН. 2007. Т. 412, № 4. С. 564-567.

Жданова О.Л., Колбина Е.А., Фрисман Е.Я. Проблемы регулярного поведения и детерминированного хаоса в математической модели эволюции менделевской лимитированной популяции // Дальневосточный математический журнал. 2003. Т. 4, № 2. С. 289-303.

Жданова О.Л., Фрисман Е.Я. Динамические режимы в модели однолокусного плотностно-зависимого отбора // Генетика. 2005. Т. 41, № 11. С. 1575–1584.

Ратнер В.А. Математическая популяционная генетика (элементарный курс). Новосибирск: Наука, 1977. 126 с.

Фрисман Е.Я., Жданова О.Л., Колбина Е.А. Влияние промысла на генетическое разнообразие и характер динамического поведения менделевской лимитированной популяции // Генетика. 2010. Т. 46, № 2. С. 272–281.