

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ СООБЩЕСТВА ХИЩНИК – ЖЕРТВА С УЧЕТОМ ВОЗРАСТНОЙ СТРУКТУРЫ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ВИДОВ И СЕЗОННОСТИ РАЗМНОЖЕНИЯ

О.Л. Жданова¹⁻³, Г.П. Неверова¹⁻³, Е.Я. Фрисман³

¹Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН,

²Дальневосточный федеральный университет,
г. Владивосток

³Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН,
г. Биробиджан

Предложена модель сообщества «хищник - жертва», в которой каждый из рассматриваемых видов обладает возрастной структурой с двумя стадиями развития, а также выраженной сезонностью жизненного цикла. Моделируется ситуация, характерная для сообщества «песец - мышевидные грызуны». Исследованы динамические режимы предложенной модели, а также возможности смены динамического режима.

Ключевые слова: математическая модель, сообщество, хищник-жертва, устойчивость, динамические режимы, возрастная структура.

MODELING THE DYNAMICS OF THE PREDATOR-PREY COMMUNITY, TAKING INTO ACCOUNT BOTH THE AGE STRUCTURE AND BREEDING SEASONALITY OF THE INTERACTING SPECIES

O.L. Zhdanova¹⁻³, G.P. Neverova¹⁻³, E.Ya. Frisman³

¹Institute for Automation and Control Processes FEB RAS,

²Far Eastern Federal University,
Vladivostok

³Institute for Complex Analysis of Regional Problems FEB RAS,
Birobidzhan

We propose the prey-predator model considering species with the age structure represented by two stages of development, as well as having a pronounced seasonality of the life cycle. The situation considered is typical in the natural community of voles - arctic foxes. Dynamic modes of the considered model have been investigated as well as a possibility of change in the dynamic mode.

Keywords: mathematical model, dynamic modes, community, prey-predator model, stability, age structure.

Одним из ярких примеров взаимодействия по принципу «хищник - жертва» в природе является сообщество «песец - мышевидные грызуны». Известно, что естественные популяции песцов (*Alopex lagopus*), населяющие континентальные территории, питаются мелкими грызунами, главным образом, полевками, численность которых характеризуется циклическими колебаниями

(Angerbjörn et al., 1999). В годы, когда пищи мало, популяции континентальных песцов имеют очень низкий репродуктивный уровень; при этом в годы с обильной пищей (когда в популяциях жертвы наблюдается подъем численности) количество детенышей в пометах вырастает в несколько раз. При этом каждый из видов, составляющий сообщество «песец - мышевидные грызуны» обладает возрастной структурой, особенности которой необходимо учитывать в процессе моделирования динамики такой системы.

В данной работе предложена и исследована модель «хищник - жертва», учитывающая возрастную структуру взаимодействующих видов, характерную для сообщества «песец - мышевидные грызуны».

Уравнения динамики численности популяций мелких млекопитающих, являющихся кормовой базой для таких хозяйственно-ценных видов, как соболи и песцы, имеют вид (Фрисман и др., 2014):

$$\begin{cases} x_1(n+1) = (r_1 x_1(n)(1-u) + r_2 x_2(n)) \cdot e^{-(\beta_1 \cdot x_1(n)(1-u) + \beta_2 x_2(n))} \\ x_2(n+1) = s \cdot x_1(n)(1-u) + v \cdot x_2(n) \end{cases} \quad (1)$$

где x_1 и x_2 – численность сеголеток и перезимовавших половозрелых особей, соответственно, r_1 и r_2 – репродуктивные потенциалы половозрелых групп, s и v – их выживаемости; β_1 и β_2 – коэффициенты самолимитирования, отражающие интенсивность влияния конкурентных взаимодействий между половозрелыми особями разного возраста на уровень рождаемости, причем $\beta_1 = \beta_2 r_1/r_2$; u – доля численности сеголеток, изъятых хищником, которая зависит от численности жертвы и хищника и будет формализована позже.

Жизненный цикл песца может быть описан моделью двухвозрастной популяции (Фрисман, 1994), поскольку продолжительность жизни половозрелых особей составляет несколько лет, а молодые особи, как правило, вступают в процесс размножения на втором году жизни:

$$\begin{cases} y_1(n+1) = w \cdot \alpha(x_1(n)) \cdot y_2(n) \\ y_2(n+1) = y_1(n)(1 - y_1(n)) + c \cdot y_2(n), \end{cases} \quad (2)$$

где y_1 и y_2 – относительные численности младшего возрастного класса и репродуктивной части популяции (т.е. емкость экологической ниши хищника считается единичной, $y_1 \leq 1$, $y_2 \leq 1$), c – выживаемость половозрелых особей при переходе к следующему сезону размножения, $W = w \cdot \alpha(x_1(n))$ – репродуктивный потенциал хищника, а w – его максимально возможное значение.

В качестве функции питания хищника $\alpha(x_1)$ будем использовать трофическую функцию Холлинга второго типа: $\alpha(x(n)) = \frac{x_1(n)}{x^* + x_1(n)}$, где x^* –

численность жертвы, при которой репродуктивный потенциал хищника будет равен половине от максимально возможного.

В результате питания хищника меняется численность жертвы (в основном сеголеток):

$$x_1(n) \rightarrow x_1(n) - \alpha_0 \cdot y_2(n) \cdot \alpha(x_1(n)) = \\ = x_1(n)(1 - \alpha_0 \cdot y_2(n) \cdot \alpha(x_1(n)) / x_1(n)) = x_1(n)(1 - u),$$

где $u = \alpha_0 \cdot y_2(n) \cdot \alpha(x_1(n)) / x_1(n) = \frac{\alpha_0 \cdot y_2(n)}{x^* + x_1(n)}$ – доля численности сеголеток,

изъятая хищником, а α_0 коэффициент преобразования биомассы ($\alpha_0 \gg 1$).

Отметим, что четырехкомпонентная модель динамики сообщества включает двухкомпонентные модели разного типа – у жертвы плотностное лимитирование осуществляется экспоненциально, что связано с более сильным лимитированием рождаемости в популяциях грызунов; у хищника процессы авторегуляции слабее, поэтому линейная зависимость оказывается вполне адекватной. Кроме того, каждая из составляющих моделей ранее была успешно применена для моделирования, описания и анализа динамики отдельных популяций полевок (Фрисман и др., 2014) и песцов (Жданова, Фрисман, 2016).

Проанализированы сценарии перехода от стационарной динамики к колебаниям численности хищника и жертвы при различных значениях внутривидовых параметров, определяющих характер динамики каждого из составляющих сообщество видов, и параметра их взаимодействия (константы полунасыщения хищника). Показано, что наряду с устойчивым сосуществованием сообщества со стационарной динамикой при небольших репродуктивных потенциалах обоих видов существует огромное разнообразие сложной динамики. При этом, как правило, характер динамики жертвы определяет и динамику хищника: колебания численности в популяции жертвы инициируют колебания численности хищника такого же типа, при этом внутривидовые параметры хищника могут соответствовать другим режимам динамики как стационарным, так и флуктуирующим.

Вместе с тем и хищник может менять динамику жертвы, но лишь в случае очень «умеренного» аппетита хищника, что с биологической точки зрения возможно лишь при наличии у хищника альтернативного вида пищи.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект № 18-51-45004 ИНД_а) и программы «Дальний Восток» 2018–2020 (проект № 18-5-013).

Список литературы:

Жданова О.Л., Фрисман Е.Я. Математическое моделирование механизма дифференциации репродуктивных стратегий в естественных популяциях (на примере песцов, *Alorex lagopus*) // Компьютерные исследования и моделирование. 2016. Т. 8, № 2. С. 213-228.

Фрисман Е.Я. Странные аттракторы в простейших моделях динамики численности популяций с возрастной структурой // Доклады РАН. 1994. Т. 338, № 2. С. 282-286.

Фрисман Е.Я., Неверова Г.П., Кулаков М.П., Жигальский О.А. Смена динамических режимов в популяциях видов с коротким жизненным циклом: результаты аналитического и численного исследования // Математическая биология и биоинформатика. 2014. Т. 9, № 2. С. 414-429.

Angerbjörn A., Tannerfeldt M., Erlinge S. Predator-prey relationships: Arctic foxes and lemmings // J Anim Ecol. 1999. V. 68. P. 34-49.