

Е.В. Курилова, М.П. Кулаков

**ПОСТРОЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ
ДИНАМИКИ ДОБЫЧИ РЕСУРСОВ В РЕГИОНЕ**

докладчик: Екатерина Викторовна Курилова

Научный руководитель: Ефим Яковлевич Фрисман

*Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН,
г. Биробиджан*

Цель: исследование и описание динамики развития добывающей промышленности.

В качестве основного **метода** исследования мы применяем метод математического моделирования

Задача: построение и исследование обобщенной математической модели, состоящей из небольшого числа наиболее значимых переменных и параметров, описывающей динамику добычи ресурсов.

Модель динамики добычи ресурсов

LOGO

$$\begin{cases} \dot{P} = -a_0P + \frac{a_1PR}{1 + \alpha P} \\ \dot{R} = -\frac{bPR}{1 + \beta P} + d \end{cases}$$

где P – численность занятых в данной отрасли (тыс.чел.), R – запасы ресурсов (тыс. т.), a_0 – постоянная характеризующая скорость снижения численности занятых, a_1 – коэффициент отражающий зависимость прироста занятых от количества и доступности ресурсов, b – коэффициент отражающий зависимость скорости изъятия (добычи) ресурсов от численности занятых, d – постоянная скорость

разведки ресурсов, $\frac{a_1}{\alpha}, \frac{b}{\beta}$ – максимальная скорость изъятия (добычи) ресурсов, $\frac{1}{\alpha}$ – величина численности занятых в данной отрасли, при которой обеспечивается половина максимального прироста численности занятых за счет изъятия, $\frac{1}{\beta}$ – величина численности занятых в отрасли, при которой обеспечивается половина максимально возможного изъятия (добычи) ресурсов.

В основу модели положены следующие идеализированные представления:

LOGO

- В отсутствии необходимого ресурса (или при его исчерпании) численность занятых в данной отрасли экспоненциально падает до нуля;
- Скорость увеличения численности занятых зависит от объема разведанных ресурсов и их доступности;
- При малой численности занятых в данной отрасли добыча ресурсов возрастает с ее ростом, при большой численности – занятые изымают из запасов максимально возможное количество ресурсов, и дальнейший рост численности занятых не ведет к увеличению суммарной добычи;
- Скорость разведки ресурсов считается постоянной и не зависит от численности занятых в отрасли;
- Скорость изъятия (добычи) ресурсов пропорционально зависит от количества запасов (доступности) и от численности занятых в отрасли, однако при возрастании численности занятых происходит насыщение, после чего дальнейший рост численности не влияет на скорость изъятия доступных ресурсов;
- Дополнительные факторы, оказывающие влияние на динамику развития отрасли не учитываются.

Особые точки системы:

LOGO

$$\left(\frac{-a_0b + \sqrt{a_0^2b^2 - 2a_0a_1\beta bd + 4\alpha a_0a_1bd + a_1^2\beta^2d^2} + a_1\beta d}{2ba_0\alpha}, \frac{a_0b + \sqrt{a_0^2b^2 - 2a_0a_1\beta bd + 4\alpha a_0a_1bd + a_1^2\beta^2d^2} + a_1\beta d}{2a_1b} \right)$$

$$\left(\frac{-a_0b - \sqrt{a_0^2b^2 - 2a_0a_1\beta bd + 4\alpha a_0a_1bd + a_1^2\beta^2d^2} + a_1\beta d}{2ba_0\alpha}, \frac{a_0b - \sqrt{a_0^2b^2 - 2a_0a_1\beta bd + 4\alpha a_0a_1bd + a_1^2\beta^2d^2} + a_1\beta d}{2a_1b} \right)$$

Область определения особых точек $a_0a_1b\alpha \neq 0$.

Таким образом, коэффициенты a_0, a_1, b, α являются

бифуркационными параметрами. Если хотя бы один из

параметров a_0, a_1, b, α равен нулю данные точки теряют

смысл.

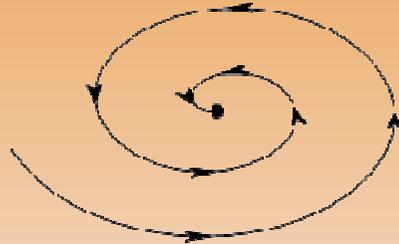
Положительная динамика добычи ресурсов в регионе может быть обеспечена, если выполняется, хотя бы одно из условий:

- ❖ – рационального использования ресурсов ($b > 0$);
- ❖ – умеренного прироста численности занятых за счет добычи ресурсов ($a_0 < a_1$);
- ❖ – постоянного прироста запасов ресурсов за счет разведки ($d > 0$).

Фазовые портреты системы

LOGO

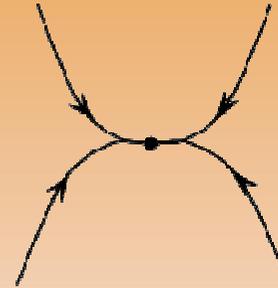
R^A



0

P

R^A



0

P

Модель имеет устойчивое развитие добывающей промышленности, при всех положительных значениях коэффициентов, к которому мы приходим двумя различными путями (колебательным – устойчивый фокус или стабильным – устойчивый узел).

В случае отсутствия постоянной разведки ресурсов модель приобретает устойчивость в луче особых точек $(0, r)$, соответствующих неустойчивому развитию добывающей промышленности.

В результате верификации данных была получена следующая система:

LOGO

$$\begin{cases} \dot{P} = -0.206P + \frac{0.02PR}{1+0.016P} \\ \dot{R} = -\frac{0.003PR}{1+0.014P} + 0.169 \end{cases}$$

Полученным оценкам соответствует устойчивый фокус. Динамика системы при этом стремится к особой точке (5.62; 11.27), которая соответствует равновесным численностям занятых в отрасли и запасам ресурсов.

Таким образом максимальная скорость изъятия (добычи) ресурсов в

первом уравнении равна $-\frac{a_1}{\alpha} = 1.25$ во втором $-\frac{b}{\beta} = 0.214$

- $\frac{a_1}{\alpha} \geq \frac{b}{\beta}$ – не эффективное развитие отрасли и низкая степень ее модернизации;
- $\frac{a_1}{\alpha} < \frac{b}{\beta}$ – эффективное развитие отрасли и высокая степень ее модернизации

Заключение:

- ❖ Предложена базовая модель динамики добычи ресурсов в регионе, которая описывает основные процессы, протекающие на добывающем предприятии в аспекте динамики численности занятых и потребления (добычи) минеральных ресурсов.
- ❖ Произведена оценка параметров текущей динамики добычи ресурсов в регионе. Показано, что при умеренном приросте численности занятых за счет добычи ресурсов ($a_0 < a_1$); рациональном использовании ресурсов ($b > 0$) и постоянном приросте запасов ресурсов за счет разведки ($d > 0$), ненулевая особая точка становится устойчивой, что соответствует положительной динамике добычи ресурсов в регионе.
- ❖ В случае отсутствия постоянной разведки ресурсов модель приобретает устойчивость в луче особых точек $(0, r)$, соответствующих неустойчивому развитию добывающей промышленности.
- ❖ В ходе исследования были выявлены условия на основании которых можно сделать вывод о эффективности отрасли или степени ее модернизации.